Aula 26

Introdução a Potência em CA

Circuitos Elétricos I

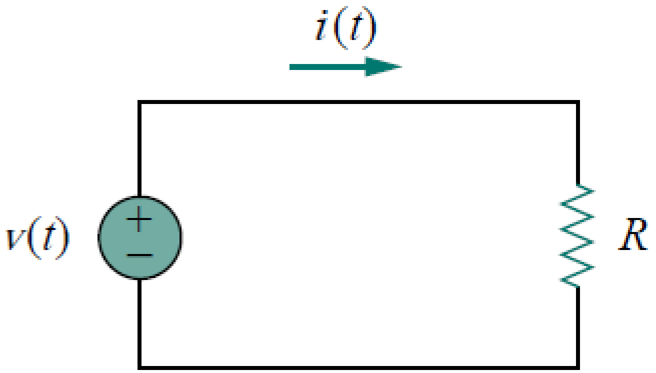
Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Valor eficaz - RMS

Valor eficaz de uma corrente periódica é a CC que libera a mesma potência média para um resistor que a corrente periódica

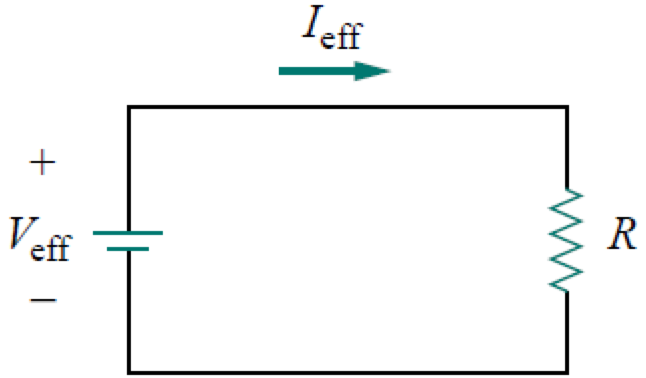
Potência média para um circuito CA:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 R\, dt = \frac{R}{T}\int_0^T i^2\, dt$$



Potência absorvida pelo resistor em CC:

$$P = i_{ef}^2 R$$



Igualando:

$$i_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt} \quad ou \quad v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\, dt}$$

Valor eficaz - RMS

Valor eficaz de uma corrente periódica é a CC que libera a mesma potência média para um resistor que a corrente periódica

$$i_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt} \quad ou \quad v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\, dt}$$

$$i = I_m \cos(\omega t)$$

$$v = V_m \cos(\omega t)$$

$$i_{ef} = i_{RMS}$$

$$v_{ef} = v_{RMS}$$

$$i_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t)\, dt} \quad ou \quad v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 \cos^2(\omega t)\, dt}$$

$$\boldsymbol{i_{RMS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad ou \quad v_{RMS} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}}$$

Potências em CA

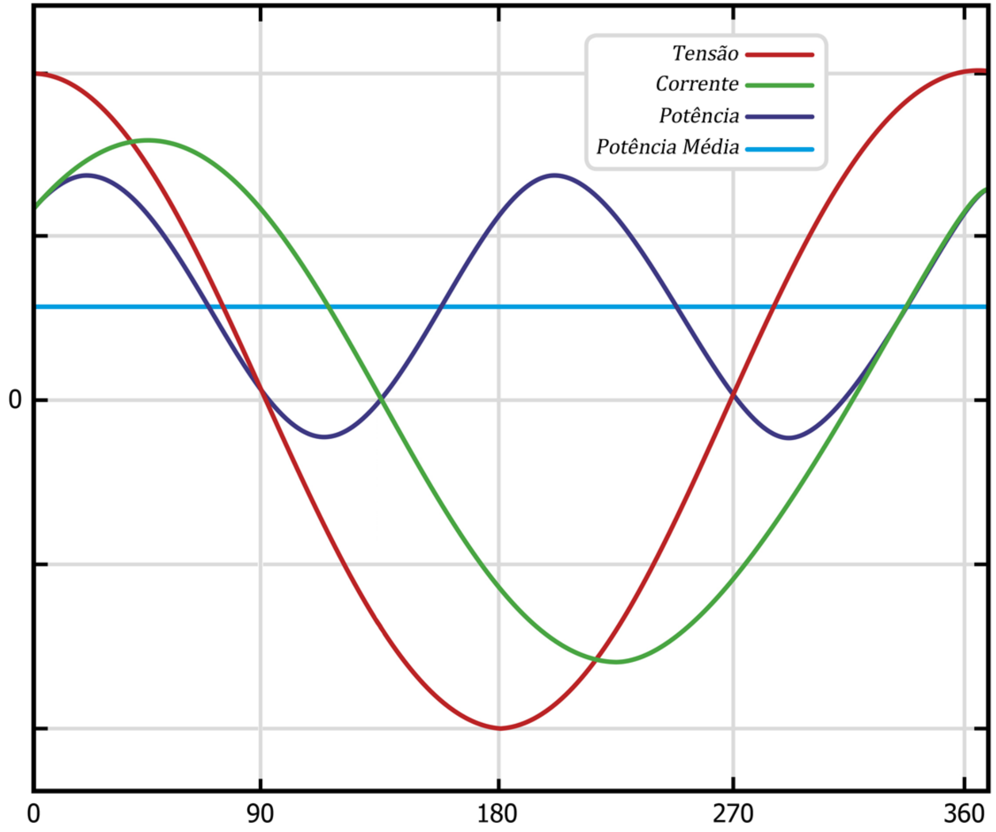
Considere as relações genéricas de tensão e corrente em regime permanente senoidal

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \theta_i)$$

A potência instantânea é definida por:

$$\boldsymbol{P(t) = v(t) \cdot i(t)}$$



Potências em CA

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\boldsymbol{P(t) = v(t) \cdot i(t)}$$

$V_m \rightarrow Valor\ de\ pico\ da\ senoide\ de\ tensão$

$I_m \rightarrow Valor\ de\ pico\ da\ senoide\ de\ corrente$

$\omega \rightarrow Frequencia\ angular\ (rad/s)$

$\theta_v\ e\ \theta_i \rightarrow Fases\ de\ tensão\ e\ correte$

$$P(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cdot \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$ou$$

$$P(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i) \cdot \cos(\omega t)$$

$$\cos(A) \cdot \cos(B) = \frac{1}{2}\cos(A - B) + \frac{1}{2}\cos(A + B)$$

$$A = \omega t + \theta_v - \theta_i \quad e \quad B = \omega t$$

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{V_m I_m}{2} cos(2\omega t + \theta_v - \theta_i)$$

Potências em CA

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{V_m I_m}{2} \boldsymbol{cos(2\omega t + \theta_v - \theta_i)}$$

$$\cos(A + B) = \cos(A)\cos(B) - sen(A)sen(B)$$

$$A = 2\omega t \quad e \quad B = \theta_v - \theta_i$$

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{V_m I_m}{2} cos(2\omega t) \cdot cos(\theta_v - \theta_i) - \frac{V_m I_m}{2} sen(2\omega t) \cdot sen(\theta_v - \theta_i)$$

Onde:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) \rightarrow Potência\ Média$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) \rightarrow Potência\ Reativa$$

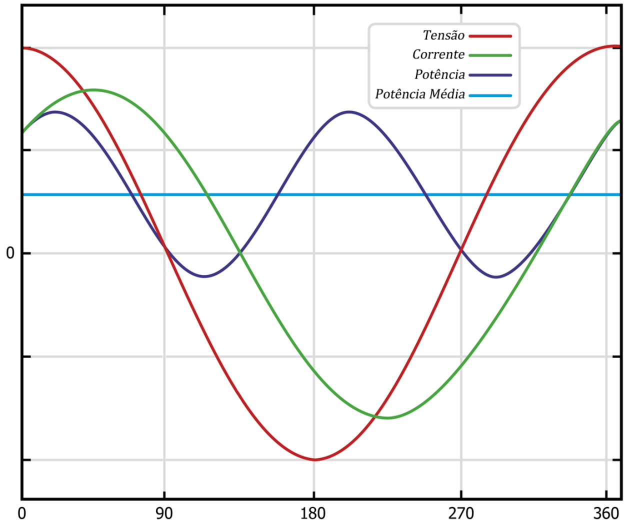
$$\boldsymbol{P(t) = P + P \cdot cos(2\omega t) - Q \cdot sen(2\omega t)}$$

Potências em CA

$$P(t) = P + P \cdot cos(2\omega t) - Q \cdot sen(2\omega t)$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) \rightarrow Potência\ Média$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) \rightarrow Potência\ Reativa$$



- Note que a potência possui o dobro da frequência da tensão e corrente
- A potência média e a potência Reativa são constantes
- A potência média também é definida por potência ativa, cuja unidade é watts (**W**)
- A potência reativa tem unidade de Volt-Amp Reativo (**VAR**)

Potências em CA

$$P(t) = P + P \cdot cos(2\omega t) - Q \cdot sen(2\omega t)$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) \rightarrow Potência\ Média$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) \rightarrow Potência\ Reativa$$

A potência média também pode ser calculada se calcularmos a média da potência instantânea, para isso basta calcular a área (integral) em um intervalo de 1 (um) período (T) e dividir pelo período (T).

$$P_{méd} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$$

Não é necessário resolver esta integral, uma vez que os termos produto de uma senóide, resultam em zero se integramos no intervalo de 1 período. O resultado será a integral do próprio P. Esta equação é a contraprova que a potência média (ou ativa) é definida pela equação citada anteriormente.

A potência média ou ativa realiza trabalho útil – absorvida por elementos resistivos puros, enquanto a potência reativa será absorvida pelos campos elétricos e magnéticos dos capacitores e indutores, respectivamente.

Potência

Podemos reescrever a equação da potência instantânea em termos eficazes, assim:

$$P(t) = P + P \cdot cos(2\omega t) - Q \cdot sen(2\omega t)$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\boldsymbol{P = V_{RMS} I_{RMS} \cdot cos(\theta_v - \theta_i)}$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} sen(\theta_v - \theta_i)$$

$$\boldsymbol{Q = V_{RMS} I_{RMS} \cdot sen(\theta_v - \theta_i)}$$

Circuitos Puramente Resistivos

Circuitos puramente resistivos a tensão e a corrente estão em fase. **Exemplo**:

$$\mathbb{I} = \frac{\mathbb{V}}{Z_R} = \frac{10\angle 30^o}{2} = \frac{10\angle 30^o}{2\angle 0^o} \qquad \mathbb{I} = \mathbf{5\angle 30^o}$$

$$\theta_v - \theta_i = 0 \rightarrow \quad \theta_v = \theta_i$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = 25 \cdot 1\, W$$

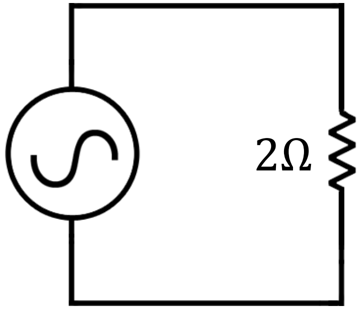
Cosseno de 0 é igual a 1

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) = 0\, VAR$$

Seno de 0 é igual a 0

Circuitos puramente resistivos possuem apenas potência ativa

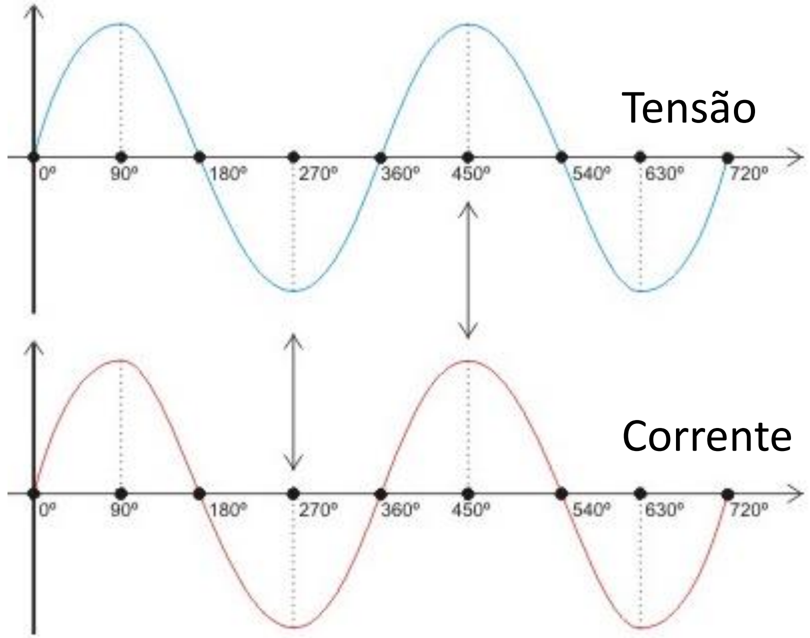
$$v(t) = 10 \cdot \cos(\omega t + 30^o)\, V$$



$\mathbb{V} = 10\angle 30^o$

$Z_R = 2\Omega$

$i(t) = ?$

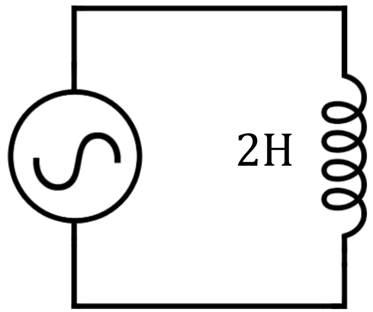


A potência é convertida em trabalho útil (i.e. calor)

Circuitos Puramente Indutivos

Circuitos puramente indutivos a corrente está 90^o atrasada em relação a tensão. **Exemplo**:

$$v(t) = 10 \cdot \cos(1t + 30^o)\, V$$



$$\mathbb{V} = 10\angle 30^o$$

$$Z_L = j\omega L = 2j\Omega$$

$$i(t) = ?$$

$$\mathbb{I} = \frac{\mathbb{V}}{Z_L} = \frac{10\angle 30^o}{2j} = \frac{10\angle 30^o}{2\angle 90^o} \qquad \mathbb{I} = \mathbf{5\angle -60^o}$$

$$\theta_v - \theta_i = 30^o - (-60^o) = 90^o$$

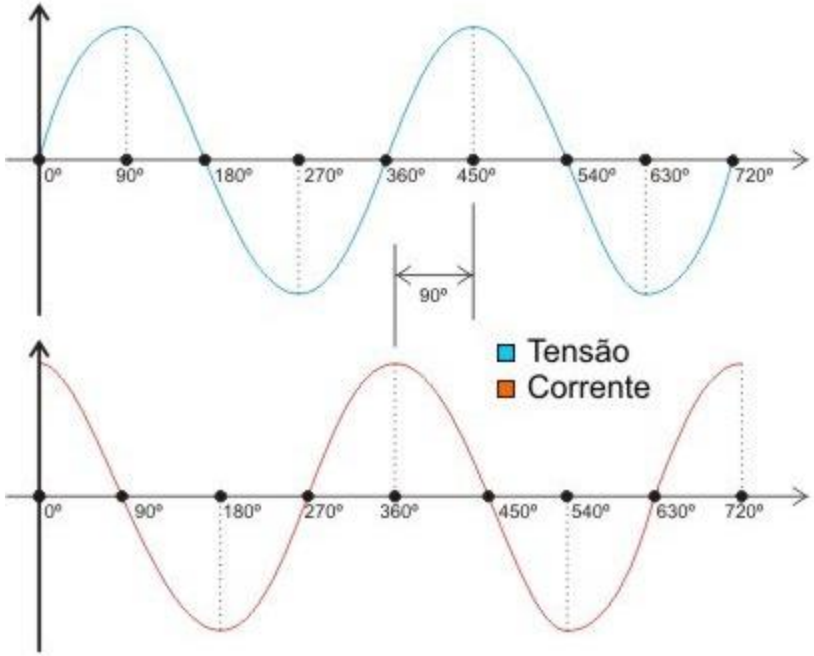
$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = 0$$

Cosseno de 90 é igual a 0

Circuitos puramente indutivos possuem apenas potência reativa (positiva)

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) = 25VAR$$

Seno de 90 é igual a 1



A potência é absorvida pelo campo magnético
Não há dissipação de energia

corrente atrasada 90º em relação à tensão

Circuitos Puramente Capacitivos

Circuitos puramente capacitivos a corrente está 90^o adiantada em relação a tensão. **Exemplo**:

$$\mathbb{I} = \frac{\mathbb{V}}{Z_L} = 10\angle 30^o (10^{-6} j) = 10\angle 30^o (10^{-6}\angle 90^o)$$

$$\mathbb{I} = \mathbf{10 \cdot 10^{-6} \angle 120^o}$$

$$\theta_v - \theta_i = 30^o - (120) = -90^o$$

Circuitos puramente capacitivos possuem apenas potência reativa (negativa)

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) = 0$$

Cosseno de -90 é igual a 0

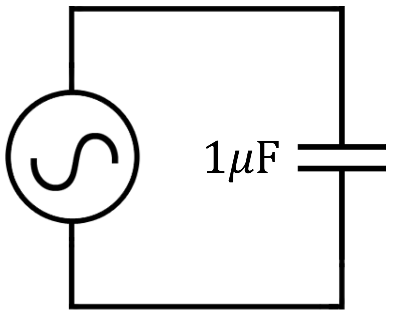
$$Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i) = -50\mu VAR$$

Seno de -90 é igual a -1

A potência é absorvida pelo campo elétrico
Não há dissipação de energia

corrente adiantada 90º em relação à tensão

$$v(t) = 10 \cdot \cos(1t + 30^o)\, V$$

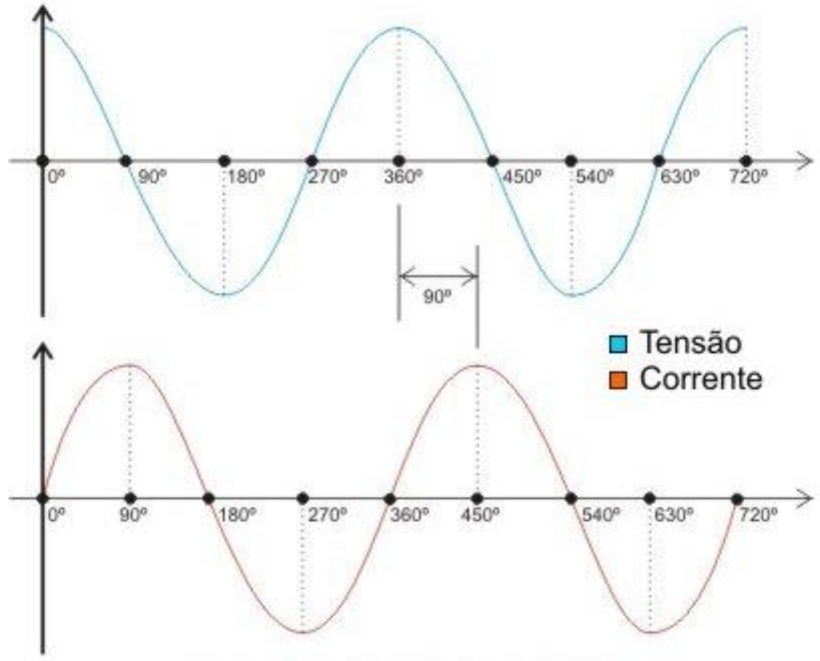


$\mathbb{V} = 10\angle 30^o$

$Z_C = 1/j\omega C$

$Z_C = 1/10^{-6} j\, \Omega$

$i(t) = ?$

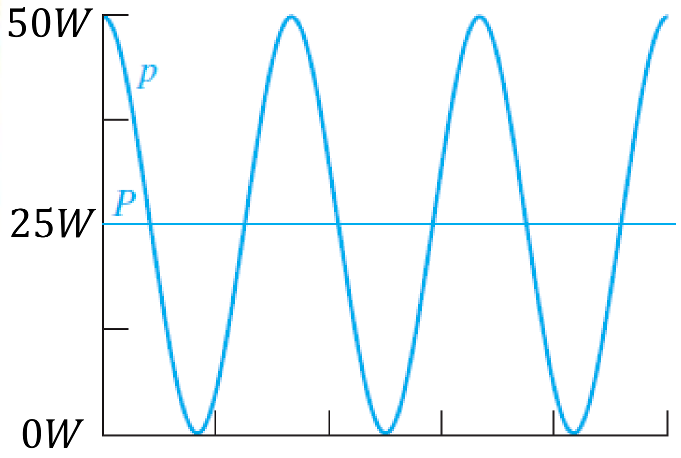


Comparativo gráfico das potências

$$P(t) = P + P \cdot cos(2\omega t) - Q \cdot sen(2\omega t) \qquad P = \frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i) \qquad Q = \frac{V_m I_m}{2} sen(\theta_v - \theta_i)$$

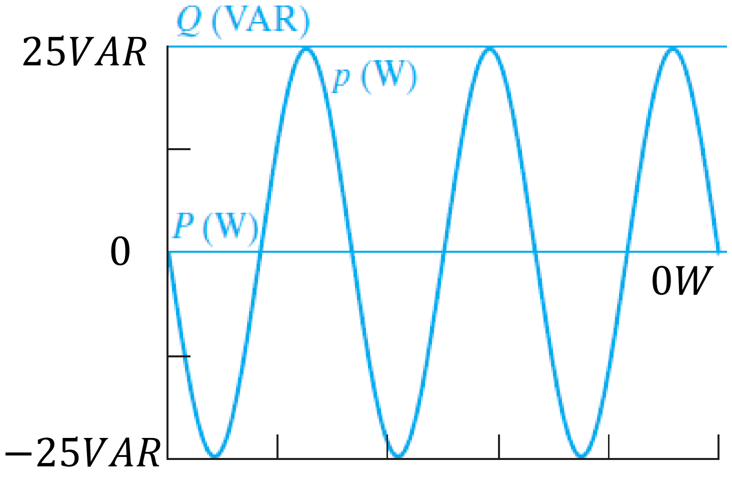
Puramente Resistivo

$$P(t) = P + P \cdot cos(2\omega t)$$



Puramente Indutivo

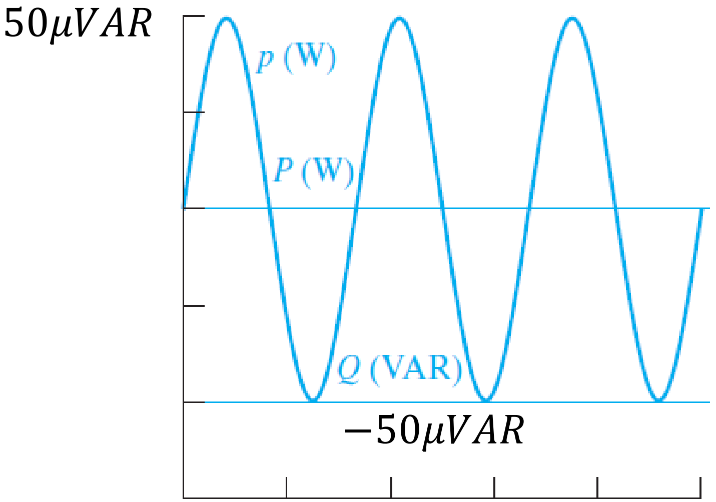
$$P(t) = -Q \cdot sen(2\omega t)$$



Quando p é positivo a energia é armazenada no campo magnético, quando é negativo é extraída do campo magnético

Puramente Capacitivo

$$P(t) = -Q \cdot sen(2\omega t)$$



Potência - Complexa

$$P = V_{RMS}I_{RMS} \cdot cos(\theta) \qquad Q = V_{RMS}I_{RMS} \cdot sen(\theta) \qquad \theta = \theta_v - \theta_i$$

Forma retangular

$$\mathbb{S} = P + jQ$$

Forma polar

$$|\mathbb{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(V_{RMS}I_{RMS})^2(\cos^2(\theta) + sen^2(\theta))}$$

$$|\mathbb{S}| = V_{RMS}I_{RMS}$$

$$\angle\mathbb{S} = \text{atan}\left(\frac{V_{RMS}I_{RMS}sen(\theta)}{V_{RMS}I_{RMS}\cos(\theta)}\right) = \theta$$

$$\mathbb{S} = V_{RMS}I_{RMS}\angle\theta_v - \theta_i$$

Forma exponencial

$$\mathbb{S} = V_{RMS}I_{RMS}\angle\theta_v - \theta_i$$

$$\mathbb{S} = V_{RMS}I_{RMS}e^{j(\theta_v - \theta_i)}$$

$$\mathbb{S} = V_{RMS}e^{j\theta_v}I_{RMS}e^{-j\theta_i}$$

$$\mathbb{S} = \mathbb{V}_{RMS} \cdot \mathbb{I}_{RMS}^*$$

A unidade da potência complexa é VA – Volt-Ampère

Fator de potência

Potência Complexa

$$\mathbb{S} = V_{RMS} I_{RMS} \angle \theta_v - \theta_i = \mathbb{V}_{RMS} \cdot \mathbb{I}_{RMS}^*$$

Potência Aparente

$$S = |\mathbb{S}| = V_{RMS} I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Potência Média (real)

$$P = V_{RMS} I_{RMS} \cdot cos(\theta_v - \theta_i) = \mathrm{S} \cdot cos(\theta_v - \theta_i)$$

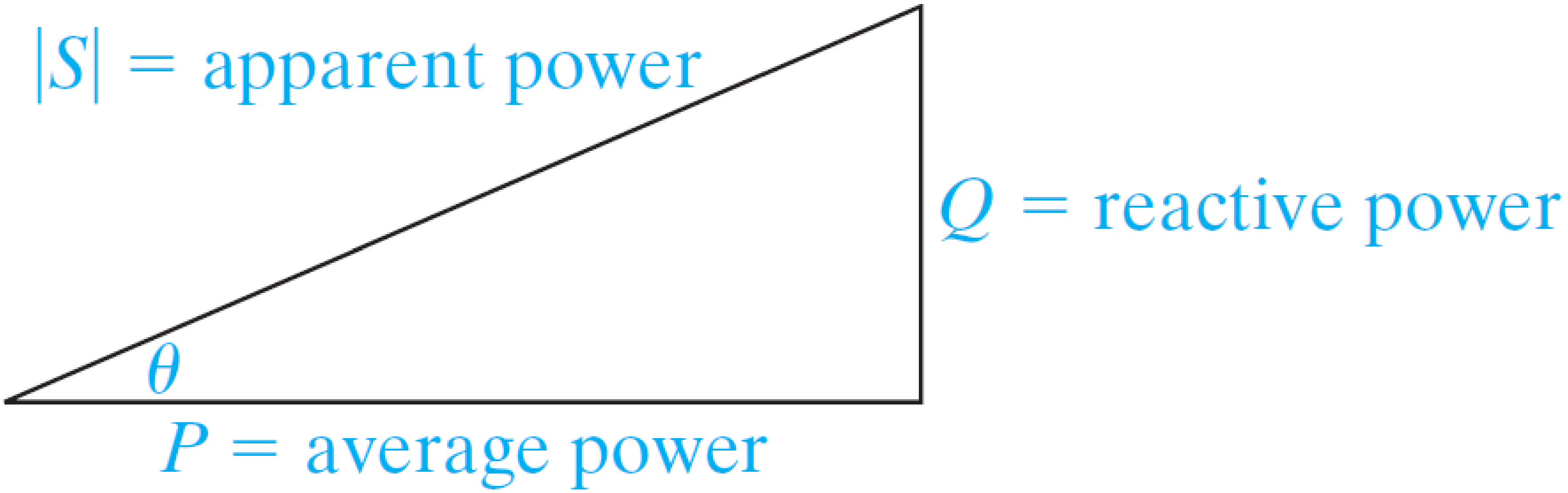
Potência Reativa

$$Q = V_{RMS} I_{RMS} \cdot sen(\theta_v - \theta_i) = \mathrm{S} \cdot sen(\theta_v - \theta_i)$$

Fator de potência

$$FP = \cos(\theta_v - \theta_i) \qquad FP = \frac{P}{S}$$

Fator de potência



Potência - Complexa

Defasagem de 45 graus (ic x vc)